Ученый секретарь [illegible] НАН КР
[illegible]ва Н.К.

7universum.com

UNIVERSUM: ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Электронный научный журнал

Идентификация передаточной функции управляемой системы // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. Оморов Т.Т. [и др.]. 2014. № 11 (12). URL: http://7universum.com/ru/tech/archive/item/1758

Адрес редакции:
127106, г. Москва, Гостиничный проезд, д. 6, корп. 2, офис 213
E-mail: tech@7universum.com
www.7universum.com

Учредитель и издатель: ООО «МЦНО»

Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС77-54434 от 17 июля 2013 г.

ISSN 2311-5122

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ

Оморов Туратбек Турсунбекович
д-р техн. наук, член-корр.,
Национальная академия наук Кыргызской Республики,
Кыргызская Республика, г. Бишкек
E-mail: omorovtt@mail.ru

Курманалиева Роза Насбековна
канд. техн. наук, доцент, Национальная академия наук Кыргызской Республики,
Кыргызская Республика, г. Бишкек

Кожекова Гуланда Анарбековна
канд. техн. наук., с. н.с., Национальная академия наук Кыргызской Республики,
Кыргызская Республика, г. Бишкек

Осмонова Рима Чынарбековна
инженер, Национальная академия наук Кыргызской Республики,
Кыргызская Республика, г. Бишкек
E-mail: r.osmonova@mail.ru

IDENTIFICATION OF THE TRANSFER FUNCTION OF THE CONTROLLED SYSTEM

Omorov Turatbek
Doctor of Technical Science, corresponding member,
National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,
Kyrgyz Republic, Bishkek

Kurmanalieva Roza
Candidate of Technical Science, associate professor,
National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,
Kyrgyz Republic, Bishkek

Kojekova Gulanda
Candidate of Technical Science, senior research scientist,
National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,
Kyrgyz Republic, Bishkek

Osmonova Rima
engineer, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,
Kyrgyz Republic, Bishkek

АННОТАЦИЯ

Рассматривается задача построения модели линейной динамической системы. Предлагается алгоритм параметрической идентификации объекта управления на основе данных «вход-выход» с использованием нового критерия.

ABSTRACT

A problem of a linear dynamic system's model construction is considered. An algorithm of parametric identification of the control object on the basis of "input–output" data using a new criterion is proposed.

Ключевые слова: объект управления, передаточная функция, оценочная функция, критерий идентификации, алгоритм параметрической идентификации.

Keywords: control object, transfer function, evaluation function, identification criterion, algorithm of parametrical identification.

Теория идентификации динамических систем в настоящее время располагает рядом достаточно эффективных методов и алгоритмов. При проектировании систем автоматического управления техническими объектами наиболее часто используются классические методы идентификации [5, с. 74], градиентные алгоритмы, стохастическая аппроксимация, метод максимального правдоподобия [4, с. 101], спектральные [6, с. 75] и другие алгоритмы. Несмотря на это проблема синтеза эффективных методов построения моделей объектов управления остается актуальной задачей и в настоящее время. В статье предлагается алгоритм оценки параметров передаточной функции объекта на основе данных «вход-выход» с использованием нового критерия идентификации.

Рассмотрим одномерную линейную динамическую систему, которая описывается передаточной функцией $W_1(s)$. При этом функциональная связь между изображениями ее выходной переменной $y_1(t)$ и входным управляющим воздействием $u_1(t)$ определяется по формуле:

$$\mathrm{Y}_1(s) = W(s)\,U_1(s)\,, \tag{1}$$

где: $U_1(s) = L[(y_1(t)]$; $U_1(s) = L[u_1(t)]$; L- оператор Лапласа. Предполагается, что

$$W_1(s) = W_1(p,s) = \sum_{i=1}^{n} W_i(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{s-\lambda_i}, \tag{2}$$

где: $W_i(s)$ – передаточная функция i-го элементарного звена, $p = [p_1, p_2, \dots, p_{2n}] = [c_1, c_2, \dots, c_N, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ – $2n$-мерный вектор–параметр объекта управления.

Считается, что путем эксперимента получена реакция объекта $\bar{y}_1(t)$ при ступенчатом входном воздействии $u_1(t) = u_1^* 1(t)$, где u_1^*– заданное число.

Задача состоит в определении вектор–параметра p модели объекта (2) так, чтобы ошибка идентификации

$$\Delta_1(t) = y_1(t) - \bar{y}_1(t), \quad t \in [t_0, T], \tag{3}$$

стремилась к нулю ($\Delta_1(t) \to 0$), где t_0, T – начальный и конечный моменты процесса идентификации соответственно.

Для решения сформулированной задачи далее будем использовать концепцию настраиваемой модели [5, с.97]. Для этой цели вначале получим уравнение объекта (1) во временной области. Так, выходная переменная модели определяется как

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^{n} z_i(t), \tag{4}$$

где: $z_i(t)$ — промежуточные переменные, описываемые уравнениями:

$$\dot{z}_i(t) = \lambda_i z_i(t) + c_i u_1^*, \quad i = \overline{1,n}. \tag{5}$$

При этом производная $\dot{y}_i(t)$ с учетом (5) имеет вид:

$$\dot{y}_i(t) = \textstyle\sum_{i=1}^{n} \dot{z}_i(t) = \sum_{i=1}^{n} [\lambda_i z_i(t) + c_i u_1^*]. \tag{6}$$

Для того чтобы построить конструктивный алгоритм самонастройки вектор–параметра p вместо ошибки идентификации $\Delta_1(t)$, определяемой выражением (3), далее вводится новая оценочная (штрафная) функция

$$I_1(t) = F_1[\bar{y}_1(t), y_1(t)], \quad t \in [t_0, T], \tag{7}$$

обладающая тем свойством, что при $I_1(t) \to 0$ имело место и $\Delta_1(t) \to 0$.

Критерий идентификации. Введем следующую функцию [2, с. 91]:

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} I_1(x)\dot{I}_1(x)dx. \tag{8}$$

Проинтегрируем правую часть выражения (8):

$$\int_{t_0}^{t} I_1(\xi)\,\dot{I}_1(\xi)d\xi = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}\left[\frac{dI_1^2}{d\xi}\right]d\xi = \frac{1}{2}I_1^2(t)\,\Big|_{t_0}^{t} = 0{,}5[I_1^2(t) - I_1^2(t_0)]. \tag{9}$$

Далее примем, что $t_0 = t - \Delta t$, где Δt – малое положительное число. Тогда, если для каждого t_0 и $t > t_0$ будет выполняться условие

$$J_1(t) < 0, \tag{10}$$

то будет обеспечиваться неравенство

$$I_1^2(t) < I_1^2(t - \Delta t). \tag{11}$$

Соотношение (11) эквивалентно тому, что с течением времени модуль оценочной функции $|I_1(t)|$ будет убывать до нуля.

В результате можно сформулировать следующий критерий идентификации объекта.

Теорема. Пусть $I_1(t_0) \neq 0$, и для каждого t_0 и $t>t_0$ выполняется условие

$$\int_{t_0}^{t} I_1(x)\dot{I}_1(x)dx < 0. \tag{12}$$

Тогда модуль функции $|I_1(t)|$ с течением времени убывает, и $\lim_{t\to T} I_1(t) = 0$.

Критериальные условия, при выполнении которых гарантированным образом учитываются заданные ограничения сверху на функцию $I_1(t)$, рассматриваются в работе [3, с. 33].

Построение штрафной функции. На основе соотношения (9) можно записать следующее выражение для $I_1^2(t)$:

$$I_1^2(t) = 2\int_{t_0}^{t} I_1(\xi)\,\dot{I}_1(\xi)d\xi + I_1^2(t_0). \tag{13}$$

Аналогичным образом можно записать формулу и для выхода модели:

$$y_1^2(t) = 2\int_{t_0}^{t} y_1(\xi)\,\dot{y}_1(\xi)d\xi + y_1^2(t_0). \qquad (14)$$

Используя известную реакцию объекта управления $\bar{y}_1(t)$, введем в рассмотрение следующую функцию:

$$\hat{y}_1^2(t) = 2\int_{t_0}^{t} \bar{y}_1(\xi)\,\dot{y}_1(\xi)d\xi + \hat{y}_1^2(t_0), \qquad (15)$$

а также разности:

$$e_1(t) = y_1^2(t) - \hat{y}_1^2(t), \qquad (16)$$

$$e_2(t) = \bar{y}_1^\infty - y_1^\infty(p), \qquad (17)$$

где: $\bar{y}_1^\infty$, $y_1^\infty(p)$– установившиеся значения выходных переменных объекта управления и его модели соответственно, т.е.

$$\bar{y}_1^\infty = \bar{y}_1(t)|_{t=T}, y_1^\infty = y_1(p,t)|_{t=T}. \qquad (18)$$

Вначале определим функцию $e_1(t)$. С учетом (14) и (15) выражение для функции $e_1(t)$ имеет вид

$$e_1(t) = 2\int_{t_0}^{t} \Delta_1(\xi)\dot{y}_1(\xi)d\xi + e_1(t_0) = 2\sum_{i=1}^{n}\int_{t_0}^{t} \Delta_1(\xi)\,[\lambda_i z_i(\xi) + c_i u_1^*]d\xi + e_1(t_0), \qquad (19)$$

а ее производная по времени:

$$\dot{e}_1(t) = 2\sum_{i=1}^{n} \Delta_1(t)[\lambda_i z_i(t) + c_i u_1^*]. \qquad (20)$$

Для определения функции$e_2(t)$ необходимо найти выражение для $y_1^\infty = y_1^\infty(p)$, которое на основе (4) запишется в виде

$$y_1^\infty = \sum_{i=1}^{n} z_1^\infty, \qquad (21)$$

где $z_i^\infty = z_i(t)|_{t=T}$. Последние определяются из уравнения состояния покоя объекта, которое на основе (6) имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i z_i^\infty + c_i u_1^*) = 0. \qquad (22)$$

Соотношение (22) выполняется, если

$$z_i^\infty = -c_i\lambda_i^{-1}u_1^*,\ \ i = \overline{1,n}. \qquad (23)$$

Подстановка выражений (23) в (21) дает следующее выражение для y_1^∞:

$$y_1^\infty = -\sum_{i=1}^{n} c_i\lambda_i^{-1}u_1^*. \qquad (24)$$

В результате функция $e_2(t)$ запишется в виде

$$e_2(t) = \bar{y}_1^\infty + \sum_{i=1}^{n} c_i\lambda_i^{-1}u_1^*. \qquad (25)$$

В процессе самонастройки параметры модели объекта изменяются во времени, т. е. $p = p(t)$. Поэтому с учетом того, что $\bar{y}_1^\infty = const$ производная

$$\dot{e}_2(t) = -\dot{y}_1^\infty[p(t)] = -\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial y_1^\infty}{\partial c_i}\dot{c}_i(t) + \frac{\partial y_1^\infty}{\partial \lambda_i}\dot{\lambda}_i(t)\right], \qquad (26)$$

где частные производные:

$$\frac{\partial y_1^\infty}{\partial c_i} = -\lambda_i^{-1}u_1^*, \quad \frac{\partial y_1^\infty}{\partial \lambda_i} = \lambda_i^{-2}c_i u_1^*. \qquad (27)$$

С учетом (27) получаем, что

$$\dot{e}_2(t) = \sum_{i=1}^n [\lambda_i^{-1}(t)\dot{c}_i(t) - \lambda_i^{-2}(t)c_i(t)\dot{\lambda}_i]u_1^*. \qquad (28)$$

Анализ соотношений (16) и (17) показывает, что в качестве оценочной (штрафной) функции $I_1(t)$ можно принять следующую функцию:

$$I_1(t) = |e_1(t)| + |e_2(t)|. \qquad (29)$$

Такой вывод следует из того, что если построить критериальную функцию $J_1(t)$ по формуле (8) с учетом (29) и обеспечить выполнение соотношения (12), то модуль $|I_1(t)| \to 0$. Отсюда следует, что $|e_1(t)| \to 0$ и $|e_2(t)| \to 0$, т. е. ошибка идентификации $\Delta_1(t) \to 0$,следовательно, выходная переменная $y_1(t)$ модели объекта стремится к его выходу $\bar{y}_1(t)$, полученному экспериментальным путем.

В дальнейшем при записи соответствующих функций времени для краткости будем опускать переменную t.

Построение алгоритма идентификации. Для этой цели будем использовать критериальное соотношение (12). Ранее была получена штрафная функция I_1, определяемая выражением (29). Ее производная по времени

$$\dot{I}_1 = \dot{e}_1 sign(e_1) + \dot{e}_2 sign(e_2). \qquad (30)$$

С учетом (20) и (28) имеем, что

$$\dot{I}_1 = \sum_{i=1}^n \{2\Delta_1[\lambda_i z_i + c_i u_1^*]sign(e_1) + [\lambda_i^{-1}\dot{c}_i - \lambda_i^{-2}c_i\dot{\lambda}_i]u_1^* sign(e_2)\}. \qquad (31)$$

Подставляя выражение (31) в формулу (8), получаем следующее выражение критериальной функции:

$$J_1 = \int_{t_0}^{t} I_1 \dot{I}_1 d\xi = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t} I_1 \{2\Delta_1[\lambda_i z_i + c_i u_1^*] sign(e_1) + [\lambda_i^{-1}\dot{c}_i - \lambda_i^{-2} c_i \dot{\lambda}_i] u_1^* sign(e_2)\} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t} I_1 \{[2\Delta_1 \lambda_i z_i sign(e_1) + \lambda_i^{-1} u_1^* sign(e_2) \dot{c}_i] + c_i [2\Delta_1 u_1^* sign(e_1)$$

$$- \lambda_i^{-2} u_1^* sign(e_2) \dot{\lambda}_i]\} d\xi.$$

Теперь потребуем, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$2\Delta_1 \lambda_i z_i sign(e_1) + \lambda_i^{-1} u_1^* sign(e_2) \dot{c}_i = \gamma_i I_1,$$

$$2\Delta_1 u_1^* sign(e_1) - \lambda_i^{-2} u_1^* sign(e_2) \dot{\lambda}_i = \rho_i I_1 c_i, \ i = \overline{1,n}, \qquad (32)$$

где ρ_iи γ_i– вещественные параметры, которые должны выбираться так, чтобы обеспечить условие (12). Для их определения полученную выше критериальную функцию запишем с учетом соотношения (32):

$$J_1 = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \int_{t_0}^{t} {I_1}^2 \, d\xi + \sum_{i=1}^{n} \rho_i \int_{t_0}^{t} (I_1 c_i)^2 \, d\xi. \qquad (33)$$

Отсюда видно, что условие (12) выполняется, если выбор параметров ρ_i и γ_i осуществляется из следующих условий:

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i < 0, \ \sum_{i=1}^{n} \rho_i < 0. \qquad (34)$$

Далее для получения корректных уравнений самонастройки параметров модели объекта целесообразно преобразование переменных [1, с. 67] на основе соотношения $dt = \eta_1 d\tau$, где η_1 – неотрицательная функция, которую принимаем в виде $\eta_1 = [sign(e_2)]^2$. Это позволяет перейти от системы координат $(I_I, \ t)$ к системе координат $(I_I, \ \tau)$ с сохранением всех свойств исходной функции $I_I(t)$. После несложных преобразований искомые уравнения самонастройки параметров модели объекта запишутся в виде:

$$\frac{dc_i}{d\tau} = \lambda_i [\gamma_i I_1 - 2\Delta_1 \lambda_i z_i sign(e_1)] sign(e_2)/u_1^*, \qquad (35)$$

$$\frac{d\lambda_i}{d\tau} = \lambda_i^2 \, [2\Delta_1 u_1^* sign(e_1) - \rho_i I_1 c_i] sign(e_2)/u_1^*, \qquad i = \overline{1,n}.$$

Пусть c_i^* и λ_i^* являются установившимися решениями системы (35):

$$\lim_{\tau\to\infty} c_i(\tau) = c_i^*, \ \lim_{\tau\to\infty} \lambda_i(\tau) = \lambda_i^*, \ i = \overline{1,n}. \qquad (36)$$

Тогда элементы вектор–параметра $pa^* = [c_1^*, c_2^*, \dots, c_n^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_n^*]$ являются оценкой параметров передаточной функции $W(s)$, определяемой формулой (3).

Полученные результаты можно легко обобщить на случай идентификации линейных многомерных динамических систем, описываемых векторными дифференциальными уравнениями, а также матрицами передаточных и импульсных переходных функций.

Список литературы:

1. Бойчук Л.М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. — М.: Энергия, 1971. — 112 с.
2. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез системы управления синхронным генератором //Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — М., 2011. — № 1. — с. 90—93.
3. Оморов Т.Т., Курманалиева Р.Н. Многокритериальный синтез систем управления по показателям качества и сложности. — Бишкек: Илим, 2007. — 136 с.
4. Сейдж Э.П., Мелс Дж.Л. Идентификация систем управления. — М.: Наука, 1974. — 248 с.
5. Современные методы идентификации/ под ред. П.М. Эйкхгоффа. — М., 1983. — 400 с.
6. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. — М.: Машиностроение, 1986. — 440 с.